

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES



Estructuras sometidas a vibraciones.



Alfredo Arnedo Pena
Barcelona, enero 2024

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- En esta presentación se intenta ofrecer una visión general del efecto de las vibraciones en las estructuras civiles/industriales.
- El objetivo es divulgar conocimientos básicos útiles para el diseño de edificación.
- Se tratan los orígenes de las vibraciones , sus efectos tomando como base un modelo simple y se dan consejos sobre cómo evitarlas o reducirlas a límites aceptables.
- Un aspecto importante es la posición de la normas. Son las que establecen requisitos de diseño y límites de aceptabilidad (EN, ISO, ASME, API etc.) En edificación los requisitos provienen de estas normas.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

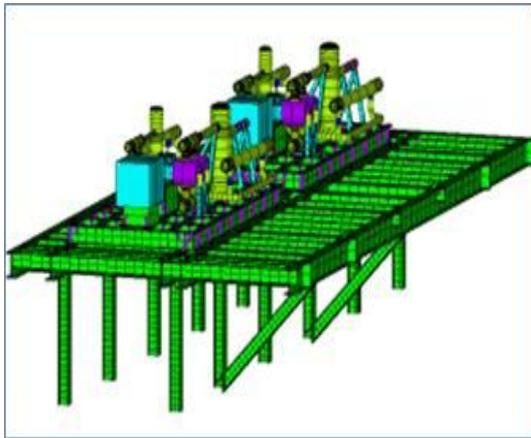
- **Generalidades.**
- Las vibraciones en las estructuras se producen como respuesta a una acción de naturaleza periódica (vibraciones forzadas) y también a acciones transitorias de corta duración que las dejan en régimen de vibración libre una vez que reciben su impulso.
- Las vibraciones pueden afectar la funcionalidad y durabilidad de las estructuras en condiciones de servicio ELS.
- La vibración prolongada puede producir la rotura por fatiga.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Esto es esencial en el diseño de tuberías (requisitos ASME, API) donde actúan bombas, compresores, válvulas etc.
- En edificación no suele haber problemas de fatiga. Pero las molestias y eventualmente el deterioro (daños menores) por las vibraciones debe ser tenido en cuenta.
- *No se requiere ductilidad ya que la respuesta se produce dentro del comportamiento elástico de la estructura.*
- La comprobación del estado límite de servicio ELS de una estructura, debe garantizar el confort de los usuarios, la ausencia de deterioros en la propia estructura(o en los elementos no resistentes soportados por ella) y el correcto funcionamiento y durabilidad de maquinaria, servicios, instalaciones, etc., sensibles a las vibraciones.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- En estructuras , tanto civiles como industriales, la fase de diseño preliminar (luces de pórticos, alturas, separación de soportes, colocación de equipos etc.) es **decisiva** para evitar o disminuir las vibraciones.



- Aquí se tratan preferentemente las vibraciones forzadas. Es decir donde se mantiene la excitación y la estructura vibra siguiendo la frecuencia del origen.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

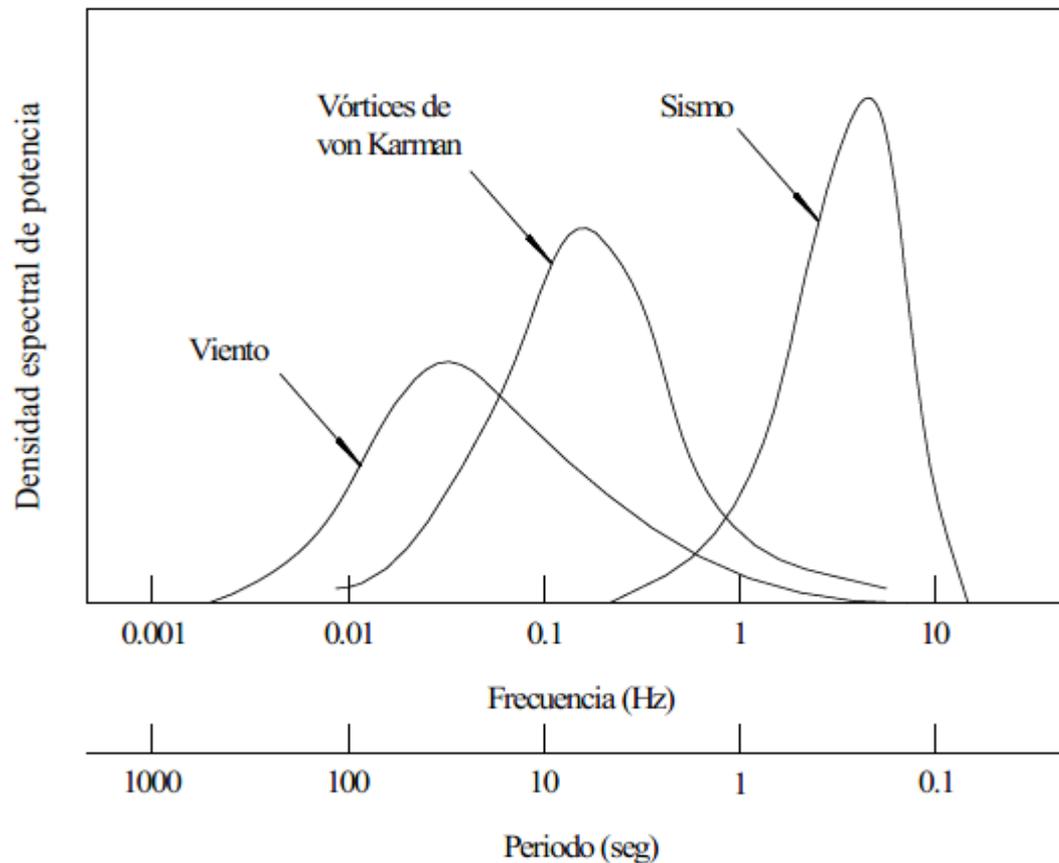
- Los efectos dinámicos a considerar pueden ser inducidos por **maquinaria** (turbinas, bombas, motores) **paso de personas** (andando, corriendo, bailando o saltando), **sobrecargas de tráfico** carretero o ferroviario, **vibraciones del terreno** adyacente (inducidas por tráfico, obras en las proximidades, demoliciones), **viento y oleaje**.
- Actualmente existen acreditados **códigos de cálculo** que proporcionan rápidamente la respuesta de un sistema **de muchos grados de libertad frente a un vector de fuerzas función del tiempo**. Si se modela adecuadamente la estructura y se conoce la ley de carga, se pueden obtener los esfuerzos y desplazamientos.
- No obstante es importante disponer de fórmulas directas en casos simples, sobre todo en la fase de diseño preliminar.
- El objetivo es precisamente **superar el papel de mero usuario** de un programa de cálculo.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Características de las vibraciones.**
- Las acciones periódicas se caracterizan por tener una **larga duración**, (superior al periodo propio de la estructura) y ser de **naturaleza cíclica**, es decir, son **susceptibles de ser descompuestas** en una suma de senoides de distinta amplitud (Fourier).
- Las vibraciones que se producen como respuesta tienen también la frecuencia de la excitación, se trata de un **estado estacionario**.
- Solamente en el inicio y al cesar la causa de la vibración se da un estado transitorio hasta que queda amortiguado el movimiento.
- Por lo tanto un recurso inmediato para limitar los efectos en las estructuras consiste en que sus **frecuencias propias estén lo más alejadas posible de las frecuencias de excitación**.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Características de las vibraciones.
- En la figura adjunta se representa la **densidad espectral de potencia**, que es una medida de la energía asociada a la frecuencia en Teoría de Vibraciones Aleatorias.



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Las olas** tienen periodos largos, de unos 10 s, o sea frecuencias del orden de 0,1 Hz. Sólo afectan a estructuras con profundidades grandes o en mar abierto.
- Los efectos **dinámicos de viento**, tanto de ráfaga como vórtices de Von Karman y otros fenómenos (“galloping”) se producen con frecuencias inferiores a 1 Hz. Las estructuras sensibles son los edificios altos, las estructuras con cables y puentes largos.
- **El paso de personas** afecta a la estructuras de pasarelas y forjados de frecuencias propias cercanas a 2 y su primer múltiplo 4 Hz.
- **Las vibraciones por efecto de maquinaria** suelen ser de frecuencias superiores, determinadas por las características de funcionamiento del equipo.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad**

- En un sistema de un único grado de libertad (SDOF) es fácil entender la respuesta frente a una fuerza variable en el tiempo $F(t)$. Asimilar una estructura compleja a un SDOF resulta muy ventajoso.

- La ecuación clásica que establece el equilibrio es:

$$m \cdot \ddot{y} + c \cdot \dot{y} + k \cdot y = F(t)$$

- La masa es m , la rigidez k y el amortiguamiento c .
- Este último es útil expresarlo como una fracción del denominado amortiguamiento crítico $c_{cr} = 2 \sqrt{k m}$. Es decir $\varepsilon = c / c_{cr}$.
- El periodo propio T (inverso de la frecuencia f) es $T = 2 \pi \sqrt{m/k}$.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

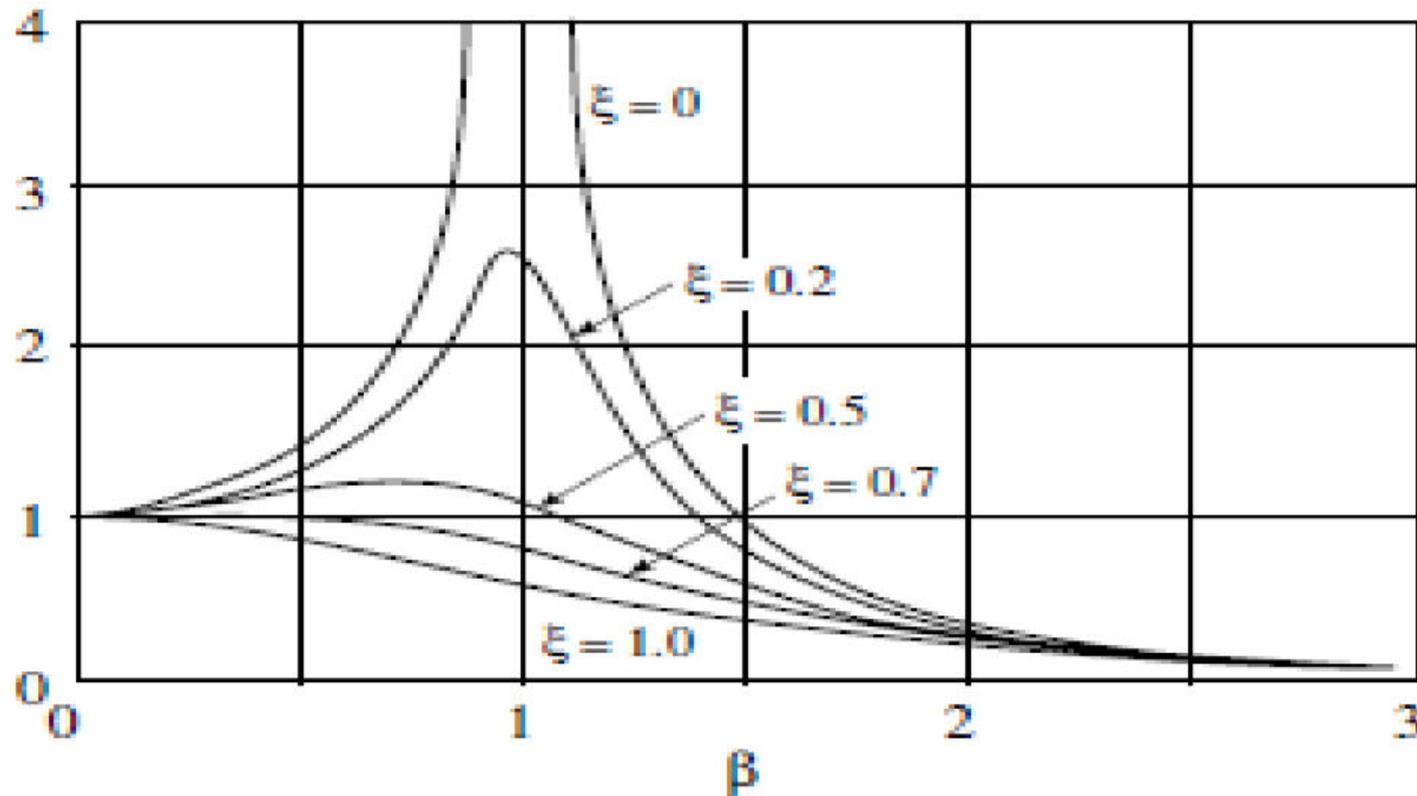
- **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad**
- En los libros de texto de Dinámica se trata extensamente la solución de esta ecuación para diferentes funciones $F(t)$. Además siempre se puede abordar directamente la resolución mediante métodos numéricos.
- Es esencial el caso en el que la fuerza de excitación es una senoide :

$$F(t) = P_0 \cdot \sin(\omega t) ; \omega = 2\pi f_e$$

- En la figura siguiente se representa la respuesta en términos de amplificación del efecto estático de P_0 , es decir el DLF.
- β es el cociente entre la frecuencia de excitación f_e y la frecuencia propia f .

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad**
- Las ordenadas son el factor de amplificación DLF.



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

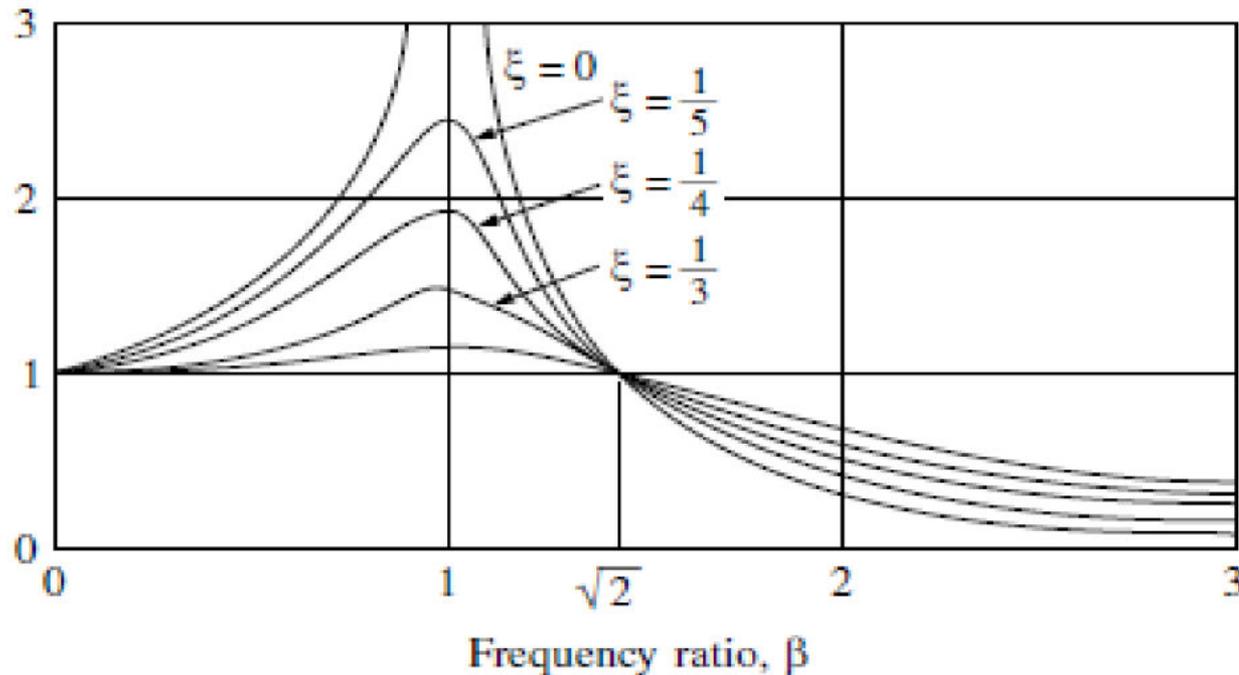
- **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad.**
- La fórmula del DLF, aquí en función de la relación de frecuencias Ω (en la figura se indica β)

$$DLF = \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4\xi^2\Omega^2}}$$

- Adviértase que en caso de resonancia ($\Omega = 1$) la respuesta crece mucho y entonces es decisivo el amortiguamiento ξ

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad**
- Aquí se ilustra la transmisibilidad (TR) en ordenadas, o sea la reacción que experimenta el apoyo de un SDOF cuando la estructura está sometido a una fuerza senoidal.



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad**
- La fórmula de la transmisibilidad TR en función de la relación de frecuencia o velocidad angular $\beta = \omega/\omega_n = f_e / f$.

$$TR = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega/\omega_n]^2}}$$

- Adviértase que a partir de la relación de frecuencias $\sqrt{2}$ la transmisibilidad se reduce cuando el amortiguamiento crece. Es decir para excitaciones de alta frecuencia es mejor tener poco amortiguamiento Esta aparente paradoja no influye en la práctica.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

• **Vibraciones forzadas en estructuras de un grado de libertad**

En los sistemas con muchos grados de libertad, como son los sistemas continuos las cosas son más complicadas, (hay más modos y periodos propios, pero son ortogonales, independientes). Los aspectos básicos que se mantienen:

1. Cuanto más amortiguamiento mejor.
2. Hacen más daño las frecuencias cercanas inferiores que las superiores.
3. Las frecuencias de excitación altas pueden llegar a ser inocuas. Aunque afectarán a modos propios altos no serán tan dañinas porque la masa modal correspondiente es pequeña.
4. Si hay resonancia ($\beta = 1$) la amplificación es $1/2\varepsilon$, es decir que con un amortiguamiento del 5% se tiene $DLF=10$. La resonancia exacta no es fácil de alcanzar pero constituye un supuesto muy seguro/conservador.
5. **La reducción más eficaz de la transmisibilidad TR, es decir el aislamiento, se consigue interponiendo apoyos que bajen la rigidez (disminuye la frecuencia propia y provoca β alta).**

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Frecuencia propia**

- En un SDOF , donde sólo hay una masa concentrada y rigidez sólo en una dirección, resolviendo la ecuación diferencial para $F(t)=0$ se obtiene el periodo :

$$T = 2\pi \sqrt{m/k}$$

- Si se multiplica y divide por \sqrt{g} se obtiene un resultado de fácil interpretación :

$$f = 18 / \sqrt{\Delta}$$

(siendo Δ la flecha en mm correspondiente a la masa total)

- En esta fórmula la flecha Δ se debe calcular en la dirección del desplazamiento que determina la rigidez $\Delta = mg/k$
- Para sistemas con masas repartidas supone una buena aproximación para obtener la primera frecuencia .

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Frecuencia propia**

- Se puede observar que cada flecha Δ así calculada implica una frecuencia propia determinada.
- Una expresión similar, calculando la flecha en centímetros, permite calcular el periodo propio.

$$T = 0.175 \sqrt{\Delta(\text{cm})}$$

- Esta formula es también muy útil en cálculo sísmico.
- Hay que insistir en que se trata de flechas ficticias debidas solamente a la masa propia de la estructura.
- En los libros de texto se exponen expresiones más precisas para vigas y placas.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Frecuencia propia**
- En el caso de paso humano la frecuencia de excitación es de 2 Hz. El primer múltiplo 4 Hz también resulta peligroso. Para múltiplos superiores actúa el amortiguamiento de forma eficaz.
- *En una estructura donde por peso propio y carga simultanea constante produjese 81 mm la frecuencia justamente sería la de resonancia. Para 20.25 mm la frecuencia es la del primer múltiplo 4 Hz*
- *Adviértase que aunque estas flechas pudiese ser consideradas como una fracción de la luz aceptable para deformaciones estáticas (por ejemplo en una pasarela de 40,5 metros de luz sería $l/500$ y en un forjado de 15 metros sería $l/740$) esos valores concretos son una “trampa para osos”.*

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Estructuras de edificación.**
- La exigencia de controlar el nivel de las vibraciones en edificios viene impuesta por las normas como un requisito de confort de los usuarios. En casos especiales (laboratorios, salas de control, quirófanos hospitalares, etc.), el correcto funcionamiento de equipos de precisión obliga a estudiar con detalle el aspecto de las vibraciones.
- Como en otros aspectos en Estado Límite de Servicio hay que establecer los **límites de aceptación** al inicio del proyecto.
- En circunstancias normales, estos los límites permiten garantizar **aceleraciones máximas inferiores a 0,05/0,10 g.** pero en algunos casos conducen **costes muy altos.**
- *La guía de Arcelor sobre forjados de edificación, basada en velocidad promedio, es muy completa y es la que se recomienda aquí. Contiene parte de lo que en un curso más completo sería un anejo B informativo sobre normativa de criterios de aceptación.*

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Estructuras de edificación.
- Las anteriores recomendaciones son para paso de personas y aparatos electrodomésticos ordinarios, en general de potencia inferior a 50 kW. En el caso de maquinaria propiamente dicha se debe tratar de acuerdo con **Eurocódigo 1, parte 3.** "Acciones inducidas por grúas y maquinaria".
- Cuando los límites aceptables son muy estrictos puede resultar ventajoso recurrir a un **aislamiento** de la parte de forjado en cuestión. Tal es el caso de las denominadas "**losas antisísmicas**" que se apoyan en muelles.
- Para evaluar la respuesta de la estructura, básicamente forjados de piso y plataformas, se utiliza el método de la **Velocidad Promedio** :

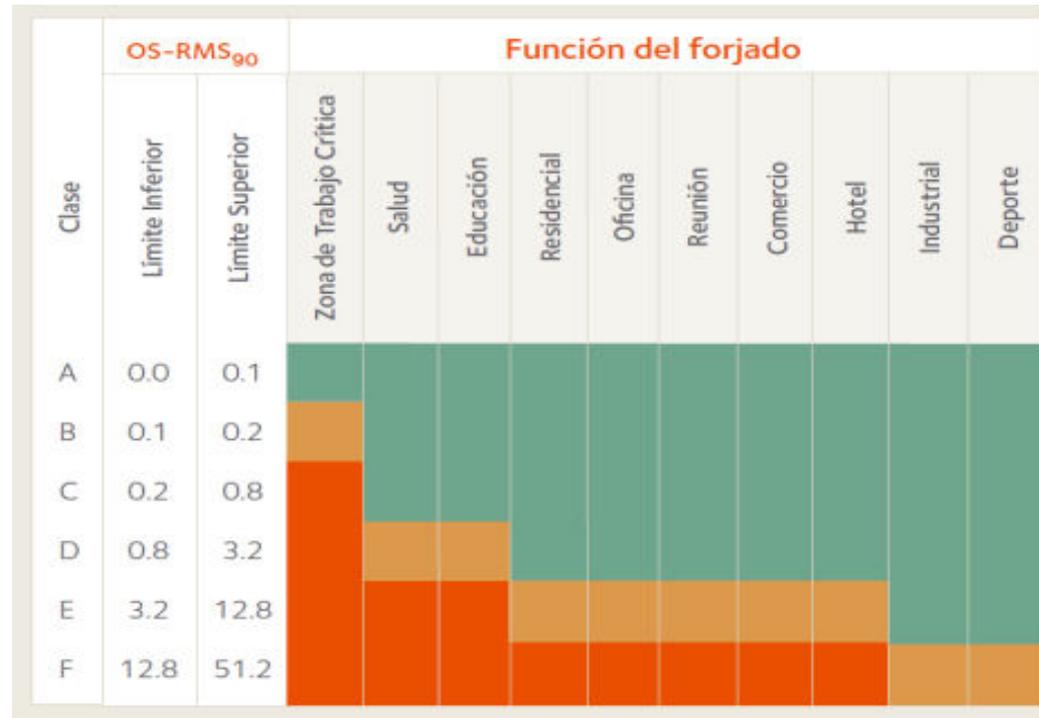
$$v_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} = \frac{v_{Peak}}{\sqrt{2}}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Estructuras de edificación.
- En la Guía Arcelor la velocidad promedio se ha determinado a partir de procesar muchas respuestas de simulaciones que contienen el 90% de ritmos de paso de personas caminando normalmente.
- Adviértase que es inferior a la velocidad pico (la máxima) ya que representa un promedio de valores, ilustrando **el nivel de velocidad de más duración que es el que está relacionado con la percepción humana.** (En un curso completo se tratan estos límites en anejos).
- En la tabla siguiente se indican los límites de V_{RMS} en mm/seg según el uso del forjado. Esta tabla contiene varios tipos posibles de uso y a partir de ella se puede acordar el valor límite de proyecto.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Estructuras de edificación.
- Aquí se identifica V_{RMS} con $OS-RMS_{90}$

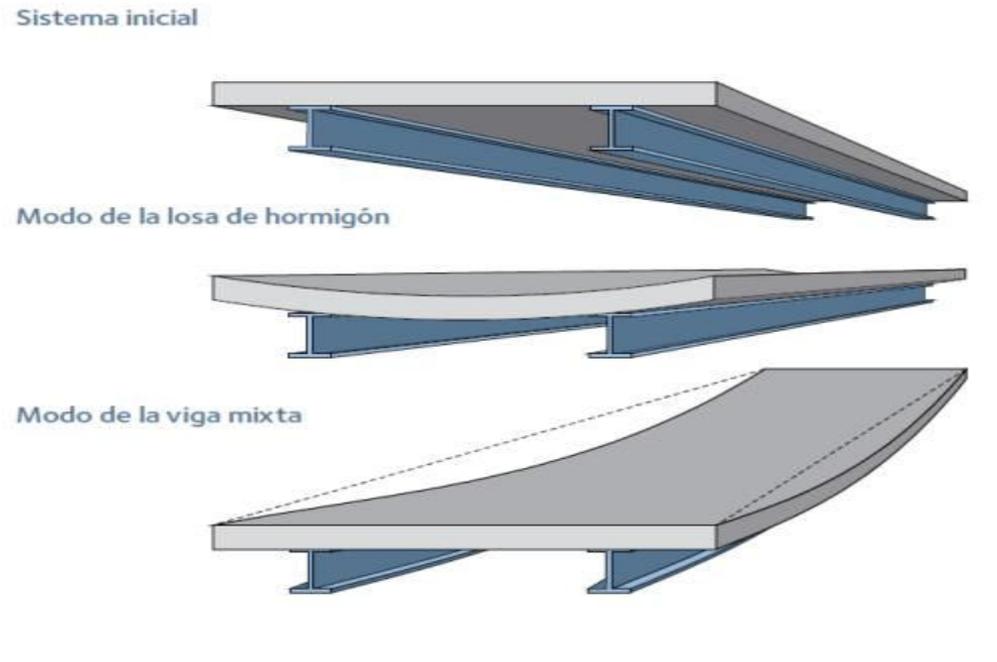


DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Estructuras de edificación.
- Las variables necesarias para obtener v_{RMS} son tres:
 - Frecuencia propia del forjado.**
 - Masa modal (masa participativa en el primer modo).**
 - Amortiguamiento.**
- Las dos primeras variables se determinan usando cálculo dinámico, el amortiguamiento es una propiedad de la estructura difícil de establecer, aquí hay que ser prudente.
- Es muy frecuente que la estructura esté formada por elementos en serie (losa-vigas, viguetas-vigas), es decir donde **la rigidez no es la suma de las rigideces de cada componente.**
- Entonces puede determinarse la frecuencia de cada elemento por separado y luego usar la fórmula de Dunkerley:

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Estructuras de edificación.
- En la figura se observa la distinta rigidez y masa de cada elemento. La frecuencia fundamental está más influida por el elemento más flexible (el de menor frecuencia) que suele ser el de la viga



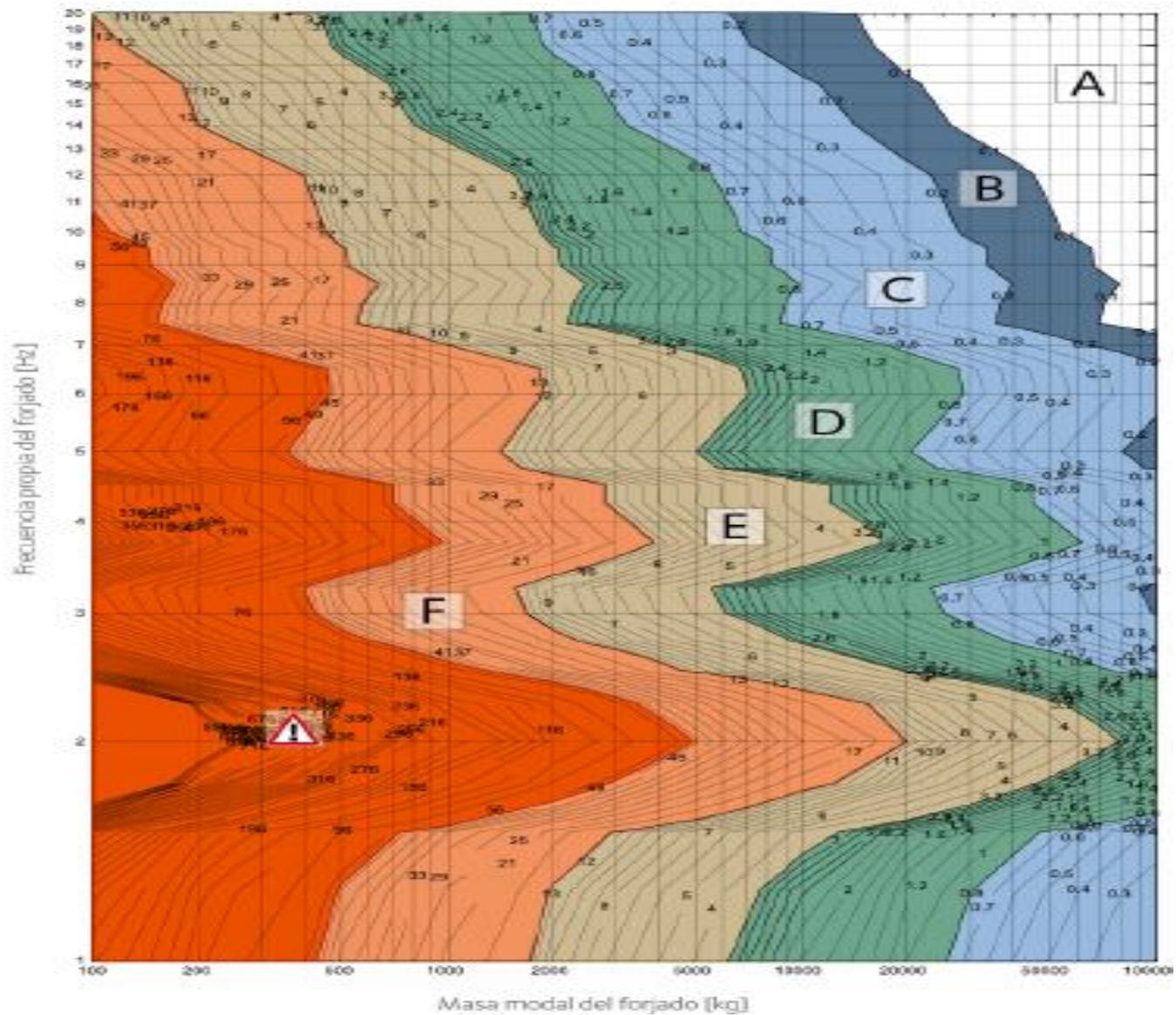
$$\frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Estructuras de edificación.**
- El amortiguamiento en los forjados puede variar en un amplio rango. En edificios convencionales de estructura metálica el amortiguamiento suele valer el 3%, pudiendo oscilar entre 1,5%, para espacios sin particiones, hasta 5% para superficies muy compartimentadas.
- Se distinguen tres tipos:
 - **Estructural:** según el tipo de material, madera 6%; hormigón 2%; acero y mixta 1%.
 - **Por mobiliario:** oficina con mamparas 2%, diáfana 1%, bibliotecas 1%, casas particulares 1%. Escuelas, gimnasios y oficinas sin papeles 0 %.
 - **Por acabados:** falsos techos 1%, pavimento 1%, parquet flotante 0 %.
- El amortiguamiento total es la suma de estos tres tipos.
- Una vez determinadas las tres variables : frecuencia, masa modal y amortiguamiento se usan tablas siguientes. Se reproduce, como ejemplo, la correspondientes a un amortiguamiento del 2% .

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

Clasificación basada en una amortiguación del 2%



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Método convencional para edificios en España.**

- Se basa en la **aceleración pico**.
- Una manera simplista de obtener una estimación de la aceleración producida por el paso en forjados, que proviene de la norma canadiense y que se cita en el CTE es:

$$A_{\text{max}} = 0,9 \cdot 2\pi \cdot f_1 \cdot \frac{I}{M_e}$$

- Aquí f_1 es la frecuencia fundamental y M_e es la masa modal, que convencionalmente se toma como 0,67 de la total en vigas biapoyadas.
- Esta fórmula, también llamada “drop heel”, se basa en la respuesta a un impulso provocado por el paso de una persona, que se toma como $I = 67$ Ns.

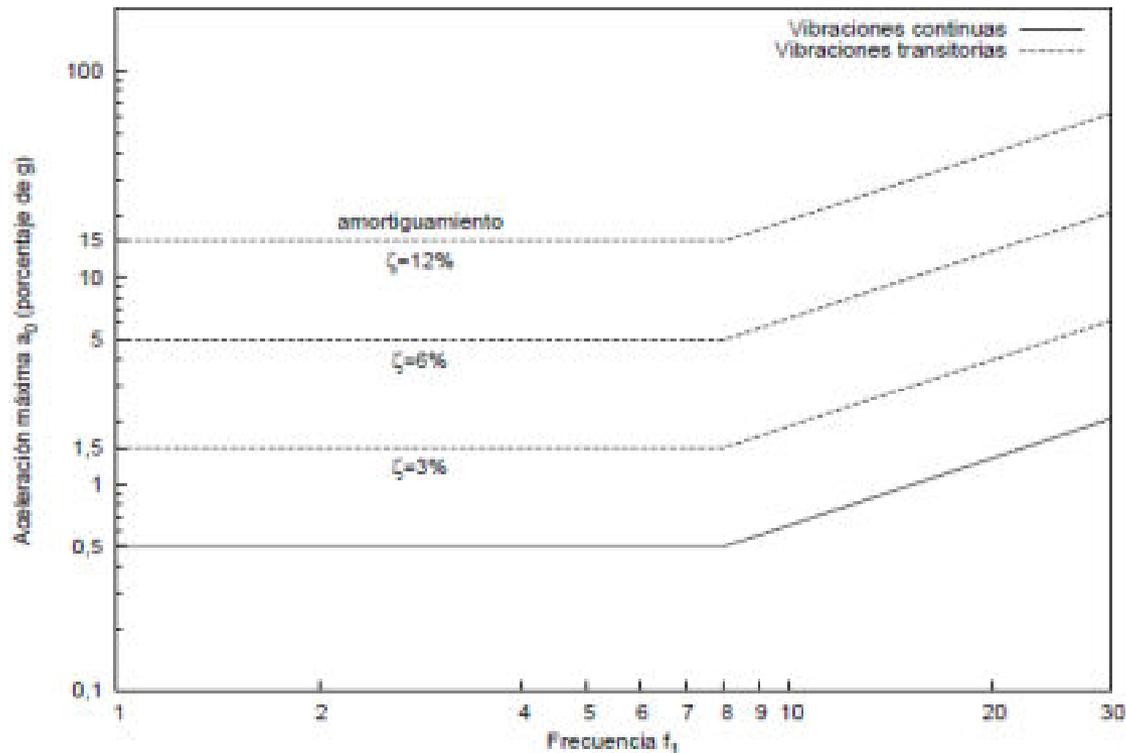
DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- Con el valor obtenido y el amortiguamiento que se indica a continuación, se usa una figura de límites de aceptación:

Forjado solamente: 3 %.

Forjado con acabados (pavimento, instalaciones, etc.): 6%.

Forjado acabado y con tabiques: 12 %.



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- En casos de maquinaria o actividades deportivas se aplica la curva de “vibraciones continuas”, es decir la línea continua inferior de la figura (mucho más restrictiva). En los casos habituales se usan las curvas del 3%, 6% o 12 % de acuerdo con lo indicado antes.
- Puede observarse que para las frecuencias usuales de forjados (inferiores a 8 Hz) los límites de aceleración , usando esta norma son 0,015g , 0,05g y 0,15 g.
- Este procedimiento resulta más bien críptico. Por ejemplo la aceleración máxima debería verse afectada por el amortiguamiento, se parte de un impulso convencional y los amortiguamientos se prestan a una asignación arbitraria.
- No obstante tiene la enorme ventaja de que es simple y asequible al nivel de conocimiento de muchos auditores y revisores de estructuras.

Pasarelas



El 12 de abril de 1831, el puente de Broughton cerca de Salford, Inglaterra, se derrumbó mientras un grupo de soldados británicos marchaba. Desde entonces, el ejército británico ha tenido una orden permanente para que los soldados reduzcan el paso al cruzar puentes, para evitar la resonancia de su patrón de marcha regular que afecta al puente.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas**



- En las pasarelas casi siempre es **determinante** en el diseño el estado límite de servicio frente a vibraciones.
- Son estructuras que están sometida al paso de peatones y que dependiendo de su esquema resistente pueden experimentar **vibraciones en sentido vertical y lateral, así como también longitudinal.**
- Es esencial conocer las características de la acción del paso peatonal (ritmo, velocidad, grado de ocupación etc.) y de la estructura de la pasarela (luz, ancho útil, inercia, materiales, amortiguamiento etc.).

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas**
- **En el sentido vertical** la mayoría de las normas indican que deben evitarse frecuencias propias asociadas a modos propios de desplazamiento vertical comprendidas en el rango de 1,6 Hz a 2,4 Hz y recomiendan también evitar el rango de 3,5 Hz a 4,5 Hz.
- *En el sentido longitudinal no suele haber problema ya que las pasarelas tienen mucha rigidez axial (además de tener siempre un apoyo extremo anclado al terreno) y por lo tanto su frecuencia propia correspondiente suele ser muy superior a 2Hz y a su primer múltiplo 4 Hz.*
- *En el sentido lateral el ritmo de pisadas es la mitad al anterior, de ahí que el rango de posible resonancia tenga límites menores.*

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas**
- Un buen diseño debe basarse en una adecuada rigidez de modo que analizada la estructura **manualmente** y aplicando un programa de cálculo para obtener autovalores se tiene que estar **fuera de esas zonas de frecuencias peligrosas**.
- La recomendación de no superar una flecha máxima activa de $L/1200$ con la sobrecarga frecuente ya suele implicar una rigidez EI alta.
- Con el valor habitual de 5 kN/m^2 de sobrecarga y un coeficiente de combinación de $\Psi = 0,5$ se dispone de un límite de EI inferior, muy útil para empezar el diseño.
- *Más directo y concluyente sería disponer de un límite de flecha para carga total , pero las flechas debidas a carga muerta se suelen compensar con contraflechas de ejecución.*

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas**
- A veces no es posible proyectar la pasarela dentro de los rangos aconsejados . Entonces debe calcularse la **aceleración máxima** que se produce y comprobar que es inferior a la admisible.
- Lo primero se consigue con análisis dinámico de la respuesta, que no es trivial pero sí factible. Lo segundo ha de ser objeto de **acuerdo con la autoridad competente**, porque hay muchas clases de pasarelas y sensibilidades muy distintas.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas**

*La revisión de un proyecto sin que se hayan explicitado **previamente** los criterios de aceptación puede dar lugar a controversias, especialmente con OCT inexpertas o administraciones pusilánimes.*

Frequency	0	1	1.7	2.1	2.6	5
Range 1			Red			
Range 2		Purple		Purple		
Range 3					Yellow	
Range 4	Green					Green

*Aquí la clasificación de la **guía Setra**, para vibración vertical y longitudinal. Rojo es inaceptable, morado mínimo, amarillo medio y verde bueno. Obviamente en rojo y morado habrá que analizar el aspecto dinámico en profundidad.*

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas**

- Para vibración transversal la clasificación de zona de frecuencia es muy distinta.....los seres humanos tenemos dos pies.

Frequency	0	0.3	0.5	1.1	1.3	2.5
Range 1						
Range 2						
Range 3						
Range 4						

- No hay que olvidar, en el análisis de autovalores, los modos de vibración horizontales. En pasarelas muy anchas (con mucha carga vertical) no hay problema pero ojo con las estrechitas.



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

• Pasarelas

Bases de proyecto.

En el proyecto hay que establecer una serie de valores que servirán para calcular la respuesta dinámica máxima de la pasarela.

1. **Dimensiones geométricas.** Además del esquema resistente hay que usar el “ancho real útil”, descontando del estructural las dimensiones de barras y posición de barandillas.
2. **Grado de ocupación.** Es muy improbable superar 1 persona/m². Se puede tener 0,8 per/m², también 0,6 per/m² y obviamente menos. Ese es el caso de una pasarela de acceso a un decantador, la de acompañamiento de una carrilera, la de acceso a una plataforma de atraque, etc.
3. **Peso del peatón promedio G_0** Lo más conservador es 0,8 kN (80 kg de masa), otros valores más realistas son 0,75 kN. y 0,70 kN.
4. Fracciones de peso asociada a la descomposición de Fourier :

- **Pasarelas**

Bases de proyecto.

En la expresión de fuerza variable del peatón

$$F(t) = G_0 + G_1 \cdot \sin(2\pi f_m t) + \sum G_i \sin(2\pi i f_m t - \varphi_i)$$

la parte estática es G_0 y algunas normas toman $G_1 = 0,4G_0$, $G_2 = G_3 = 0,1G_0$ siempre para excitaciones de paso de 2 Hz.

Con valores de 2,4 Hz se puede dar $G_1 = 0,5G_0$.

5. **Amortiguamiento ε .** Tanto en puentes como en pasarelas, los valores son más pequeños que en los forjados. Aunque pueden mejorarse con dispositivos especiales en el pavimento (entarimados).



- **Pasarelas**

Bases de proyecto.

El método más completo y de fácil aplicación es el de la Guía Setra, que detalla en cursos más completos.

Aquí se expondrá un método manual simplificado, basado en el libro de Amman y Bachmann, que solamente contempla vibraciones verticales y de forma conservadora.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Pasarelas. Método simplificado .**
- Se determina la respuesta al paso de un peatón y se amplifica a continuación considerando el efecto de un grupo de personas.
- Se basa en asimilar la pasarela a una estructura de un grado de libertad. Los parámetros de proyecto se toman muy conservadores.
- Solo se consideran vibraciones verticales.
 1. Se parte de una rigidez de la sección tal que para $q=2,5$ kN/m² de carga variable la flecha sea $L/1200$ (atención al ancho útil).
 2. Se considera una ocupación propia de una muchedumbre, es decir una persona de 80 kg cada metro cuadrado.
 3. Se determinan las frecuencias propias, en vacío y con la masa añadida de personas a razón de 80 kg/m². Se selecciona la más cercana a 2 Hz, que suele ser la más alta, f_v .

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

• Pasarelas. Método simplificado.

4. Se determina el factor de amplificación de la parte variable, que depende de la cercanía $\Omega=2/f_v$ de frecuencias (Se está tomando la excitación 2 Hz.) que se aplicará después.

$$DLF = \frac{1}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + 4\xi^2\Omega^2}}$$

Aquí influye el amortiguamiento ξ en gran medida

5. Se calcula el desplazamiento correspondiente a la parte variable de la sobrecarga, como la fracción G_1 situada en el centro de la luz. ($G_1 = 320 \text{ N}$). Esta es la flecha vertical que depende de la parte oscilante de la sobrecarga, es decir la que tiene naturaleza dinámica.

$$\Delta_{est} = \frac{G_1 L^3}{48EI}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

• Pasarelas. Método simplificado.

6. El efecto de grupo se toma de la fórmula de Matsumoto, citada por Bachmann y Amman. Se considerará una marcha lenta de $v=1,1$ m/seg y un “caudal” o afluencia de personas $\lambda = 1,5$ per/seg.m.

(persona y media cada segundo por metro de ancho de la pasarela)

Entonces la amplificación por grupo es

$$\Psi_{mat} = \sqrt{\lambda T_0} = \sqrt{\lambda L / V}$$

T_0 es el tiempo necesario para recorrer la pasarela de longitud L



- **Pasarelas. Método simplificado.**

7. En una ley de respuesta senoidal la aceleración, al ser la derivada segunda, también es una senoide :

$$x = \Delta \text{ sen } 2\pi f_e t$$

$$a = dx^2/dt^2 = \Delta (2\pi f_e)^2 \text{ sen } 2\pi f_e$$

8. Aquí la frecuencia de excitación es 2 Hz y la aceleración aumenta por los dos conceptos: amplificación DLF y Matsumoto.

$$a_{\max} = DLF \cdot \Delta_{est} \cdot 4\pi^2 2^2 \Psi_{mat}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

Puentes.

- Los puentes se diseñan de acuerdo con normas específicas cuyos requisitos (resistencia y rigidez) conducen a un tipo de estructura que **no suelen verse afectados por vibraciones de paso humano** (la masa modal es muy grande). **Instrucción IAP** para carreteras e **Instrucción IAPF** para ferrocarril y la parte 2 del Eurocódigo que aplique (2 hormigón, 3 acero, 4 mixtas)
- Las aceras que pueden tener paso de peatones son de pequeña entidad en comparación con el conjunto de la estructura del puente. Aunque en muchos casos la frecuencia propia resulte cercana a 2 Hz, la aceleración máxima suele ser imperceptible ya que la **masa es muy grande frente a la fuerza de excitación.**
- Son algunos elementos sueltos, como pretilas, ménsulas, base de señales etc., los que pueden experimentar vibraciones, que en todo caso sólo afectan a su durabilidad.
- ***El límite de la máxima aceleración vertical que pueda producirse, en cualquier zona o elemento transitable por peatones, consiste en $0,5\sqrt{f_0}$, en $[m/s^2]$.***

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Puentes de ferrocarril.**
- Los efectos dinámicos en puentes ferroviarios son especialmente importantes por el carácter repetitivo del **paso de múltiples ejes** sobre los tableros. **La equidistancia entre ejes y el amplio rango de velocidades de paso, especialmente en líneas de alta velocidad**, desencadena ciertos fenómenos de resonancia con amplificaciones significativas de la respuesta estática, que para velocidades superiores a 250 km/h no quedan cubiertos por los coeficientes de impacto habituales.
- La IAPF obliga a realizar análisis dinámicos específicos, incluyendo los efectos acoplados flexión-torsión en tableros **que soportan vías múltiples.**

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

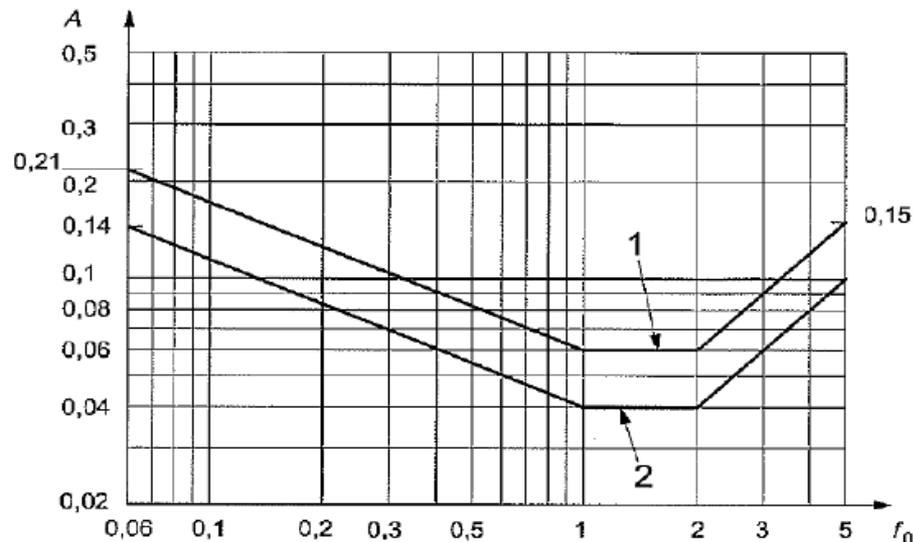
- **Vibraciones inducidas por el viento.**
- Aunque la acción del viento es esencialmente dinámica las **estructuras corrientes** poseen la suficiente rigidez para no resultar susceptibles a los efectos de excitación generados por la variación de velocidad propia del régimen turbulento.
- En las normas la acción del viento se **asimila a una carga estática** que cubre adecuadamente la amplificación dinámica.
- La teoría que explica los efectos del viento se basa tanto en **Mecánica de Fluidos como en Vibraciones Aleatorias** y ésta última no resulta familiar para la mayoría de los ingenieros civiles.
- Las vibraciones causadas por el viento consisten en **desplazamientos horizontales con frecuencias del orden de la fundamental de la estructura.**

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones inducidas por el viento.**
- Cuando una estructura tiene una frecuencia fundamental del orden de **un Hercio o menos**, aparecen factores de amplificación por **ráfaga** de una cierta entidad.
- En la respuesta de la estructura hay una **parte final transitoria**, atenuada por el eventual amortiguamiento que corresponde a la oscilación libre a partir del **máximo desplazamiento horizontal alcanzado**.
- Es en los edificios altos donde se las personas perciben las vibraciones más intensamente y **la mayor sensibilidad se dan entre 1 y 2 Hz**.
- En EC 1 parte 1.4 y en **ISO 10137** tratan en profundidad el aspecto (típico para el estado límite de servicio) de las vibraciones que puede producir el viento.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones inducidas por el viento.**
- Según el anejo D de ISO 10137 , para que las vibraciones debidas al viento sean admisibles es conveniente limitar la **aceleración pico de las oscilaciones horizontales al valor correspondiente a un año de retorno.**
- La aceleración pico en m/s^2 se calcula a partir del desplazamiento máximo de acuerdo con la **norma de viento ISO 4354.**



Con dicho valor y la frecuencia fundamental y la de torsión se entra la figura donde se representan las líneas límite.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones inducidas por el viento.**
- La curva superior es el límite admisible en oficinas, la inferior en viviendas, donde suele haber más sensibilidad a la percepción de vibraciones.
- Hay un caso clásico en chimeneas metálicas, donde se puede producir resonancia entre el ritmo de desprendimiento de vórtices de Von Karman y la frecuencia propia para velocidades de viento muy inferiores a las de diseño para estado límite último. Se puede solventar con aletas o hélices en el tercio superior.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones inducidas por el tráfico.**
- Aquí ocurre lo contrario que en el apartado anterior ya que las vibraciones son de frecuencia alta y además predomina la componente vertical.
- La fuente de la vibración es el conjunto de imperfecciones e irregularidades, que inevitablemente se dan en el contacto de las ruedas del vehículo y la superficie de rodadura (carretera, tapas de alcantarillas, carriles, juntas etc.).
- Obviamente la distancia al edificio, el estado de mantenimiento de la vía, la velocidad y tipo de tráfico juegan un papel primordial.
- Las vibraciones verticales molestas para las personas dependen de muchos factores, pero las que proceden de tráfico se dan en un rango de 20 a 100 Hz.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

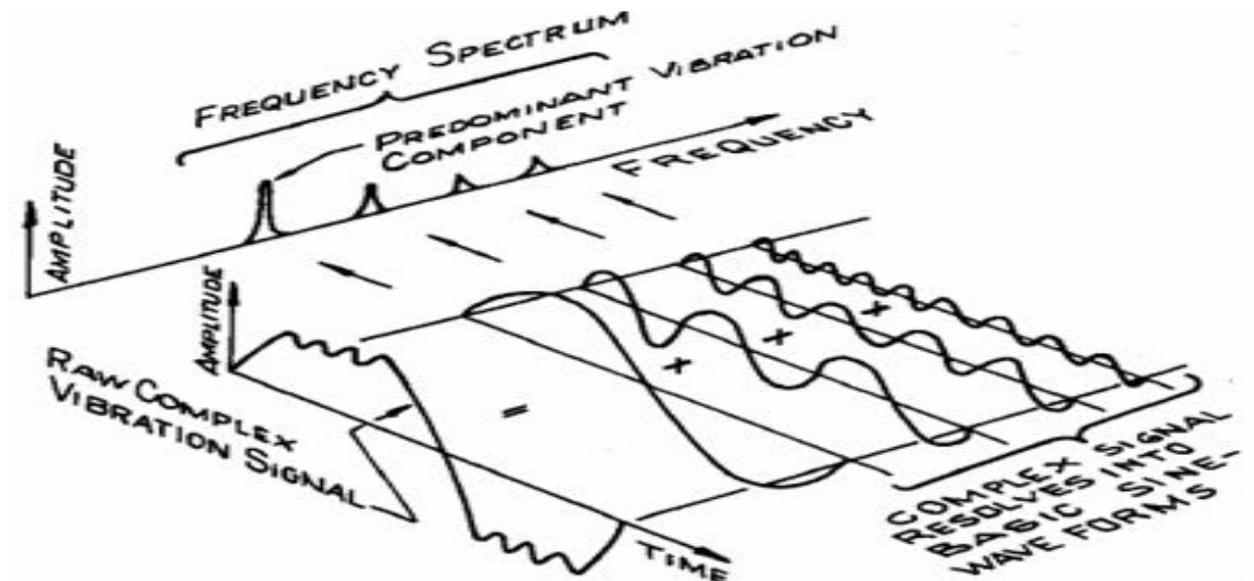
- **Vibraciones inducidas por el tráfico.**
- Al analizar los modos propios de una estructura con suficientes grados de libertad, es muy fácil obtener frecuencias propias en ese rango con deformadas modales en las que predomina la componente vertical ya que los edificios tienen mucha rigidez en sentido vertical.
- Aunque la masa participativa sea reducida la respuesta puede tener un valor de aceleración inaceptable, sobre todo para **personas en reposo y en horas nocturnas** (Aspecto de los límites ya comentado).
- **La mejor solución es adelantarse al problema.** Si no se puede influir en el entorno hay que prever la opción de intercalar en los pilares muelles que doten al conjunto de una frecuencia del orden de 3 a 5 Hz eliminando el paso de frecuencias superiores (ver figura sobre transmisibilidad al principio de este documento)

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- Las fuentes de vibración son los **equipos** que se instalan en los forjados. Para turbinas, alternadores o equipos similares se suelen diseñar **estructuras independientes tipo pedestal**, donde el aspecto de interacción suelo-estructura es muy importante.
- Al igual que en cualquier otro tipo de acción es esencial conocer a fondo el origen de las cargas, en este caso el funcionamiento de los equipos. En un buen proyecto debe haber una estrecha **colaboración con los ingenieros mecánicos, tanto fabricantes como operadores.**
- Básicamente hay dos tipos de equipos: los que disponen de componentes **rotatorios u oscilantes** y los que **producen cargas repetitivas de impacto**. Al primer grupo pertenecen los motores eléctricos, bombas, ventiladores, telares, sierras etc. Al segundo, maquinaria de moldeado, punzonadoras, prensas etc.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- Una buena descripción del equipo incluye el **espectro de frecuencias**. En los del primer grupo (rotatorios) y en algunos de los correspondientes al segundo (impulsivos) se puede descomponer la ley periódica de cargas en senoides de distinta amplitud (series de Fourier), obtener la respuesta por separado y después sumar.



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- Por lo general los fabricantes e instaladores son los primeros interesados en reducir las vibraciones, tanto equilibrando las partes móviles como dotando a los equipos de muelles y amortiguadores que reducen la transmisibilidad T , es decir la amplitud de la reacción sobre el forjado.
- Puede haber vibraciones transitorias en el arranque y en frenado pero la más peligrosa suele ser la debida a régimen permanente con desequilibrio de masa rotatoria (excentricidad).

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- *La excentricidad es función del ajuste y mantenimiento del equipo.*

Para ventiladores industriales la norma ISO 14694 contiene recomendaciones sobre el equilibrado y niveles de vibración

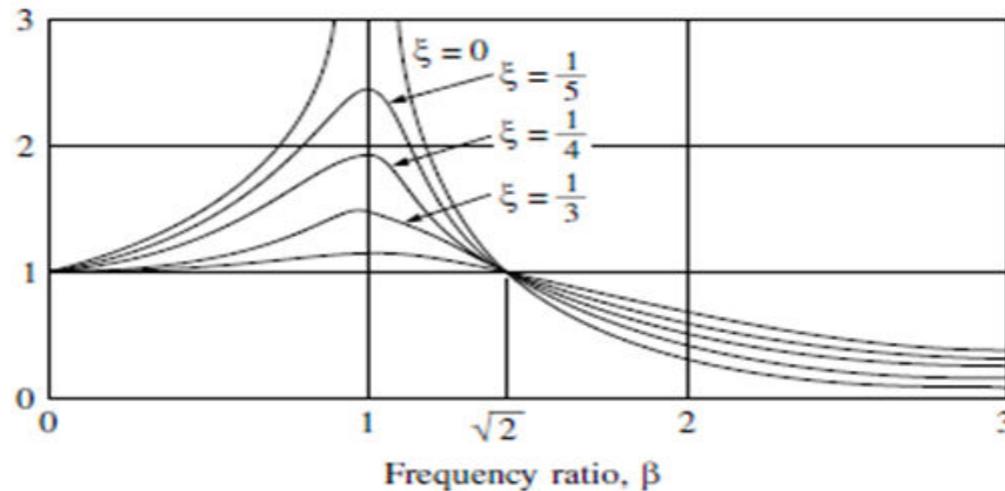
La fuerza centrífuga $F_0 = m \cdot e \cdot \omega^2$ tiene una componente vertical sobre el forjado de naturaleza senoidal : $m \cdot e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t)$.

Esta fuerza genera una reacción que depende de la masa m , rigidez k y amortiguamiento ε . Asimilando adecuadamente el sistema a un SDOF (sistema de un grado de libertad), la frecuencia fundamental será, como ya se vio anteriormente :

$$f_0 = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi} \quad ; \quad \omega_n = 2\pi f_0 \quad ; \quad \beta = \frac{\omega}{\omega_n}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- La reacción en la base F_T , en función de F_0 , es lo que se define como transmisibilidad TR . En la figura se representan en ordenadas las reacciones y en abscisas $\beta = f_{\text{excitación}}/f_{\text{natural}}$



$$TR = \left| \frac{F_T}{F_0} \right| = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega/\omega_n]^2}}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**

- Se ve claramente que es beneficioso disponer de una rigidez k , tal que la relación $\beta = f_{ex} / f_n$ sea superior a $\sqrt{2}$.
- Es decir, que si la estructura es **demasiado rígida incluyendo apoyos del equipo** y por tanto la frecuencia fundamental f_n está por encima de ese limite se producirá amplificación.
- Si el amortiguamiento es despreciable se tiene:

$$TR = 1 / (\omega^2 / \omega_n^2 - 1)$$

- Hay que tener en cuenta que la rigidez viene controlada por los muelles de apoyo k_m , mucho más flexibles que el forjado, de rigidez k_f (en muelles colocados en serie es determinante el más flexible =otra expresión de la fórmula de Dunkerley).

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_m} + \frac{1}{k_f}$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

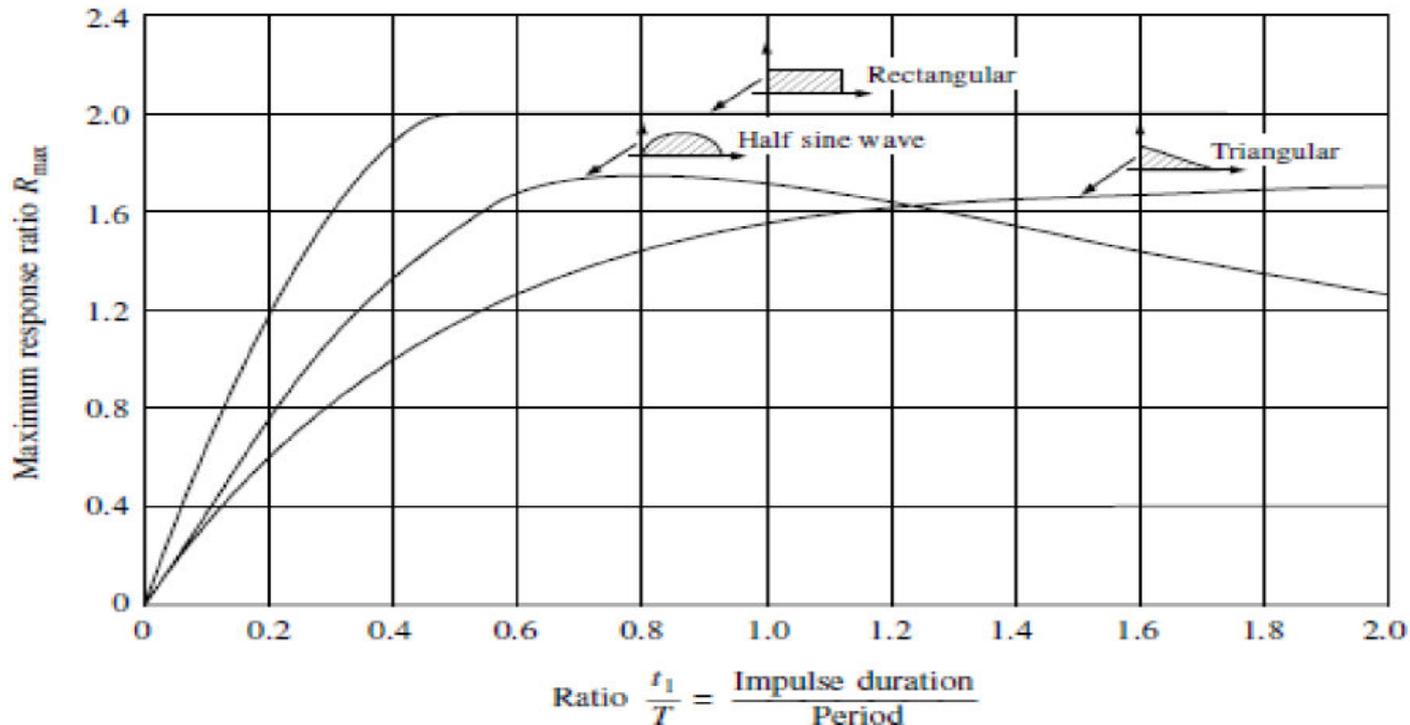
- **Vibraciones por maquinaria.**
- Para las máquinas de impacto, sólo se puede usar el método anterior cuando los golpes están suficientemente **cercanos (alta frecuencia de impactos)** produciendo una función periódica.
- En un **típico martillo de forja** hay que recurrir a determinar la fuerza estática equivalente a partir de la **ley carga-tiempo del impacto**.

Dicha ley ha de ser suministrada por el constructor u operador del equipo, ya que depende no sólo del equipo sino también del material que se elabore, es un caso análogo al de los martillos usados en sondeos por percusión donde el tipo de terreno es decisivo.

- El caso de un SDOF sometido a un impulso rectangular, de media senoide, etc. está tratado exhaustivamente en los libros de texto de dinámica.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- En la figura adjunta en ordenadas se indica la máxima respuesta (DLF) siempre en el supuesto de que la estructura se comporta linealmente. **Aquí el amortiguamiento no influye.**



DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**
- Para duraciones de carga del orden del periodo de la estructura (recordemos que son impactos separados entre sí) es determinante el tiempo de subida de la carga.
- Es interesante observar que puede ser DLF=2 para subida instantánea incluso con t_1/T de valor 0,5. **Si no se pierde la linealidad no se puede superar dicho valor, de ahí que una receta tradicional muy práctica sea doblar la acción estática.**
- La respuesta equivalente en términos de desplazamiento se puede aproximar a partir de igualar el impulso mecánico I a la cantidad de movimiento que experimenta la estructura :

$$I = \int F(t) dt \quad ; \quad m \cdot v = I \quad ; \quad x = \frac{I}{m\omega} \sin(\omega t)$$

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

- **Vibraciones por maquinaria.**

- El valor máximo del desplazamiento equivale a la amplitud de la vibración que se genera:

$$x = \frac{I}{m\omega}$$

- La frecuencia de la vibración, al ser de tipo libre, es la de la estructura: $\omega = 2\pi f_0$

- La aceleración máxima que experimentará el forjado donde actúe el equipo será por lo tanto como la de la fórmula de CTE, pero sin la reducción de 0,90.

$$A_{\max} = \frac{\omega \cdot I}{m} = \frac{2\pi f_0 \cdot I}{m}$$

- *Los forjados de instalaciones industriales suelen tener sobrecargas elevadas (del orden de 7,50 kN/m²) y por lo general disponen de una masa modal o equivalente y una rigidez elevadas.*
- *Siempre resulta conveniente que las bancadas tengan una masa del orden de la correspondiente al equipo como mínimo.*

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

• Referencias :

- [1]. Biggs J.M. *Introduction to Structural Dynamics*. (1964). New York. McGraw-Hill Co.
- [2]. Den Hartog J.P. *Mechanical Vibrations* (1985). New York. Dover Publications Inc.
- [3]. Bachmann H., Amman W. (1987). *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines*. Zurich. IABSE.
- [4]. Thomson W.T. (1988). *Theory of Vibrations with Applications*. Englewood Cliffs. Prentice Hall.
- [5]. Kappos J.A. et al.(2002). *Dynamic Loading and Design of Structures*. London, Spon Press.
- [6]. Clough, RW, Penzien J (1995). *Dynamics of Structures* (Third Ed.).Berkeley- Computers & Structures, Inc.

DISEÑO FRENTE A VIBRACIONES

• Referencias :

- [7]. Chopra A.K. (2007) *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering* (Third Ed.). New Jersey. Prentice Hall.
- [8]. ArcelorMittal. *Guía de Diseño para el análisis de vibraciones en forjados*.
- [9]. SCI Publication P354. (2009) Steel Construction Institute “ Design of floors for Vibration : A new approach”.
- [10]. Sétra, Service d'Études techniques des routes et autoroutes. *Assessment of vibrational behaviour of footbridges under pedestrian loading*. Technical guide.
- [11]. ISO 10137:2012 “Basis for design of structures. Serviceability of buildings and walkways against vibration”.
- [12]. EN 1991-3:2006 “Actions induced by cranes and machinery”.